化的结果.

学习的目的是运用、创新,建立知识结构框架,是学好高中数学的关键.数学概念、公式、法则是学好数学,解决数学问题的前提和基础.自然合理的才容易让人接受、理解,强塞硬灌的东西会被排斥.教学时,要注重概念的形成过程,公式的推导过程,让学生明确学习的必要性和意义,并且要抓住知识间的内在联系,让抽象知识直观化、具体化,自然而然地生成.

比如,函数的单调性是函数概念之后学习的第一个重要性质,是函数学习中第一个用数学符号语言刻画的概念.这种由形到数的翻译,从直观到抽象的转变,对高一学生来说是难点.我通过提出下列问题,让学生思考,体验函数单调性概念的自然生成.

问题1 怎样用数学符号语言刻画"y随x的增大而增大","y随x的增大而减小"这个特征?

答:当$x_1<x_2$时,有对应的函数值$y_1<y_2$;当$x_1<x_2$时,有$y_1>y_2$.

问题2 为什么要在给定区间内取两个数x_1、x_2?

答:体现数的增大,至少要两个值,设为x_1、x_2,且$x_1<x_2$,这样就体现"x增大"这一过程.

问题3 在给定区间内仅取两个数x_1、x_2能足够说明"x增大,y也随之增大"这个特征吗?

答:举一反例$y=x^2$,取$x_1=-1,x_2=2$,由$x_1<x_2$可得到$y_1<y_2$,但是结合图形,易知函数$y=x^2$并不是单调递增的.从而得出x_1、x_2必须是"任意"的两个数,无一例外.

学生通过足够的时间思考、辨析,举反例等,对概念本质的理解更加深入,函数的单调性概念基本成型.乘势追问:

问题4 如果在给定的某个区间内,函数的图象从左到右一直是上升的,我们就说该函数在这个区间内是增函数.你能否叙述单调增函数的定义?

至此,函数的单调性概念算是水到渠成了,再通过应用加以巩固、深化和提高.再如人教A版(2019)三角函数一章,三角函数的图象和性质与函数$y=A\sin(\omega x+\varphi)$的图象,之间隔了一个三角恒等变换,这给图象学习带来不便,不自然,应调整顺序.

二、思维过程要自然

思维的产生源于问题,对问题进行观察、分析、综合、判断、推理等认识活动过程就是思维,是一种习惯性的思考方式.思维要灵活、严密、完整、有序,思维过程要自然,合情合理,不能诡异、突然的,大跨度的跳跃会让人莫名奇妙,就象变魔术,无法接受和理解.解决问题的一般思维程序是"审题→联想→尝试→反思",明确目标,"由已知想可知"的正向推理,或"由未知想需知"的逆向思考,或"两面夹攻",不断尝试,调整思路,直至思维贯通.若思路不通或麻烦,则可尝试把问题等价转化,换一种形式再思考.如AB中点为M,$AB=2OM$,意即$OA\perp OB$.

教学中,必须暴露"怎么想,为什么会这样想的",思维自然形成的过程,包括尝试、碰壁、再尝试的过程,引导学生思考探索,启发思维.老师的包办代替会扼杀学生思维,强塞硬灌只会增加学生思维惰性.要让学生有饥饿感,迫切感,如饥似渴的学习.让学生限时训练,增强紧迫感,思维才会有效果.课堂教学的过程要精心"预设",更要关注动态"生成".适时引导、点拨、追问、解惑.课堂上要注意师生、生生的交流互动,互教互学,互相启发,让思维碰撞,迸发出智慧的火花,从而"站在巨人肩膀上攀登",实现合作共赢,共同发展.

例1 如图1,AB是圆O的一条直径且$AB=2$,EF是圆O的一条弦,且$EF=1$,点P在线段EF上,则$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}$的最小值是( ).

A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{4}$

C. $-\frac{1}{2}$ D. $-\frac{3}{4}$

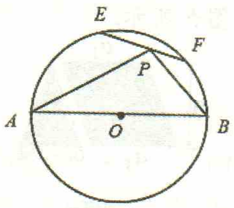

图1

分析:P是线段EF上动点,EF又是动弦,该怎么办?建立坐标系坐标难写,因圆的半径确定,由平面向量基本定理,自然考虑用两个不共线的基向量表示出来先试试看.$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=(\overrightarrow{PO}+\overrightarrow{OA})\cdot(\overrightarrow{PO}+\overrightarrow{OB})=(\overrightarrow{PO}+\overrightarrow{OA})\cdot(\overrightarrow{PO}-\overrightarrow{OA})=|\overrightarrow{PO}|^2-|\overrightarrow{OA}|^2=|\overrightarrow{PO}|^2-1$,为使$|OP|$最小,只需$OP\perp EF$,根据圆的性质可得最小值选B.

例2 (2021新高考全国Ⅰ卷)如图2,在三棱锥$A-BCD$中,平面$ABD\perp$平面BCD,$AB=AD$,O为BD的中点.

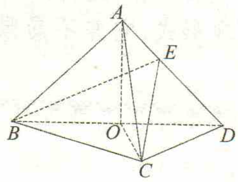

图2

(1)证明:$AO\perp CD$;

(2)若$\triangle OCD$是边长为1的等边三角形,点E在棱AD上,$DE=2EA$,且二面角$E-BC-D$的大小为45°,求三棱锥$A-BCD$的体积.

分析:(1)逆向思考方便,要证线线垂直,只需证线面垂直,那么证哪条线与哪个平面垂直好呢?观察图形,结合已知,易知应去证$AO\perp$平面BCD,转化为只要证AO垂直于两个垂直平面的交线BD,而这易得,从而问题得证.

(2)关键是用$E-BC-D$的大小求出三棱锥A