

化,得到新问题,激励学生进行重新思考,会从“变”的现象中发现“不变”的本质或规律,加深对知识的理解,培养学生的应变能力,切实从题海中走出来,实现真正的减负与增效.

变式要有针对性,要适度让学生参与.可以通过一些过渡性的语言,比如“还能求什么呢”“如果把这些条件稍微改一下,还能得到这个结果吗”,变式自然地生成,让学生清楚地认识到教师是怎样进行变式的,培养思维的灵活性、发散性,提高思维能力.

**例4** 已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=1$ ,且 $a_{n+1}=a_n+2^n$ ,求数列 $\{a_n\}$ 的通项 $a_n$ .

目的是让学生掌握累加法求数列的通项,条件改为下面时呢?

**变式1** 已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=1$ ,且 $a_{n+1}=a_n+2$ ,求数列 $\{a_n\}$ 的通项 $a_n$ .

就是用公式法求数列的通项,条件改为下面时呢?

**变式2** 已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=1$ ,且 $a_{n+1}=3a_n+2$ ,求数列 $\{a_n\}$ 的通项 $a_n$ .

就是要会用构造法求数列的通项,条件改为下面时呢?

**变式3** 已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=1$ ,且 $a_{n+1}=3a_n+2^n$ ,求数列 $\{a_n\}$ 的通项 $a_n$ .

这也是用构造法求通项,还有别的方法吗?

法1:已知两边同除 $2^{n+1}$ ,变为 $\frac{a_{n+1}}{2^{n+1}} = \frac{3}{2} \frac{a_n}{2^n} + \frac{1}{2}$

形式,化为变式2同类型,再往下做.

法2:已知两边同除 $3^{n+1}$ ,变为 $\frac{a_{n+1}}{3^{n+1}} = \frac{a_n}{3^n} + \frac{1}{3}$ .

$(\frac{2}{3})^n$ 形式,化为例题同类型,再往下做.

法3:已知两边同加 $2^{n+1}$ ,变为 $a_{n+1} + 2^{n+1} = 3(a_n + 2^n)$ 形式,化为等比数列,再做.

总之数学教学应抓住一切机会和环节,努力创造更自然、更合理、更有效的数学教学,切实提高学生思维的主动性、深刻性和流畅性.在教学过程中,不失时机地渗透思想教育,使学生在在学习时有勇于尝试探索,敢拼敢闯的精神;懂得取其精华,去其糟粕,批判地继承;会辩证地分析问题,不唯师,不唯书,不迷信盲从,学会理性思维,灵活创新运用所学.

### 参考文献

- [1]周世庆.让数学来得更自然一些[J].课程教育研究(中旬),2013(5):161.
- [2]竺宝林.让数学概念的抽象过程来得更自然些——以“函数的单调性(第1课时)”教学片断为例[J].数学通讯(下半月),2016(3):15-17.
- [3]史宁中,王尚志.普通高中数学课程标准(2017版)解读[M].高等教育出版社,2018.

## 离散函数与排列组合之关联探究

天水师范学院数学与统计学院 (741001) 唐保祥

### 1 问题提出

函数是高中数学的核心和灵魂,是必修课程的五个主题之一(预备知识、函数、几何与代数、概率与统计、数学建模活动与数学探究),是贯穿高中数学课程的四条主线之一(函数、代数几何、概率与统计、数学建模活动与数学探究)<sup>[1]</sup>.在2019年人教A版普通高中数学教材中,函数安排必修第一册中集中学习,在之后的各册教材中,涉及函数问题多数是连续函数的应用.函数有连续变量函数与离散变量函数(定义域是有限集或可列集合的函数称为离散变量函数,以下简称离散函数)之分.离散函数,在2019年人教A版高中数学课本选择性必修第二册概率与统计、选择性必修第三册数列中学习.离散函数与排列组合内容有密切的关系<sup>[2-7]</sup>.中学数学对离散函数作一些深入探究,不仅会促使学生深

化函数概念的理解,而且还能引导和启发学生从不同角度、不同层次对函数概念进行深入探究,能够挖掘巩固教材各章节知识点之间的内在联系,发展学生的数学抽象能力,使学生的数学素养得到提升.

鉴于上述原因,本文通过数例,探究离散函数与排列组合内容之间的关联,以期有抛砖引玉之效.

### 2 问题呈现

**例1** 已知数集 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$ ,  $B = \{b_1, b_2, \dots, b_n\}$ ,求数集A到数集B的所有不同函数的个数.

**解:**对任意一个函数 $f: A \rightarrow B$ ,  $\forall a_i \in A, f(a_i) \in B, i=1, 2, \dots, m$ ,每个 $f(a_i)$ 在数集B中选择象的方法都有 $n(i=1, 2, \dots, m)$ 种,因为不同的象对应不同的函数,所以数集A到数集B的不同函数共有 $n^m$ 个.